



TITLE:

# 平行平板間流れにおける渦の対称性 (乱流の多重性・階層性とその数理的構造)

AUTHOR(S):

板野, 智昭; 藤, 定義; 佐藤, 海; ジェネラリス, ソトス

---

CITATION:

板野, 智昭 ...[et al]. 平行平板間流れにおける渦の対称性 (乱流の多重性・階層性とその数理的構造). 数理解析研究所講究録 2010, 1673: 112-115

ISSUE DATE:

2010-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/141190>

RIGHT:

## 平行平板間流れにおける渦の対称性

\*関西大学 システム理工学部 板野 智昭

Faculty of Engineering Science, Kansai University

\*\*京都大学大学院 理学研究科 藤 定義・佐藤 海

Department of Physics and Astronomy, Graduate School of Science,  
Kyoto University

\*\*\*アストン大学 工学・応用科学科 ソトス ジェネラリス

School of Engineering & Applied Sciences, Aston University

平面クエット流において横渦 (ヘアピン渦) を持つ定常解を数値的に求めた。主流の連続的な変形に関わるパラメータを導入すると、従来知られていた縦渦解は横渦解から分岐していることが分かった。

### はじめに

壁面上の乱れた流れにおける代表的な秩序構造として渦構造がある。壁近傍から対数層、さらには外層まで様々な形状や大きさの渦が観察され、乱流状態におけるそれらの役割が実験的・理論的に議論されてきた。壁面上の乱流は非等方な流れ故に、主流に対する回転軸の向きは渦構造を特徴づけをする際に重要な意味を持つ。

壁面上の乱流の基本的な要素を揃えた最も簡単なモデルとして平面クエット流 (Plane Couette Flow, PCF) がある。PCF の乱流状態において観察される主要な渦構造は主流方向に軸を持つ縦渦構造であろう。縦渦構造に対応する解は 90 年代に永田、Busse らのグループにより求められ、更に Waleffe はそれを平面ポアズイユ流における進行波解へと接続を成し遂げた。層流解に近づく解の枝は乱流の吸引域を構成していると考えられている。PCF では、層流解が任意のレイノルズ数に対して線形安定であり、乱流の吸引域が層流解を内包することはない。

一方、高レイノルズ数における多くの実験や数値実験が示すように、剪断の中で観察される渦構造は実際には縦渦ばかりではない。50 年ほど前に実験で最も観察され注目されていた渦構造は、むしろ縦渦よりも空間局在的に横方向の渦度を持つ渦 (以下、横渦) であった。その名称も馬蹄形渦、ヘアピン渦、バナナ渦、オメガ形渦あるいはラムダ渦などなど、微妙な形状の差異によって、バリエエティがある。こ

---

\*〒 564-8680 大阪府吹田市山手町 3-3-35

\*\*〒 606-8502 京都市左京区北白川追分町

\*\*\*Aston Triangle, Birmingham B4 7ET, United Kingdom

のような主流に対して横方向に回転軸の成分を持つ渦の特徴として、流れに対して横方向に鏡対称性を持つ点を挙げることができる。

今回、我々は PCF に対する横渦解を求めた。この横渦解は可視化からヘアピン型の渦構造を有していることが分かった。更に横渦解が従来知られていた縦渦解から分岐していることが分かった。

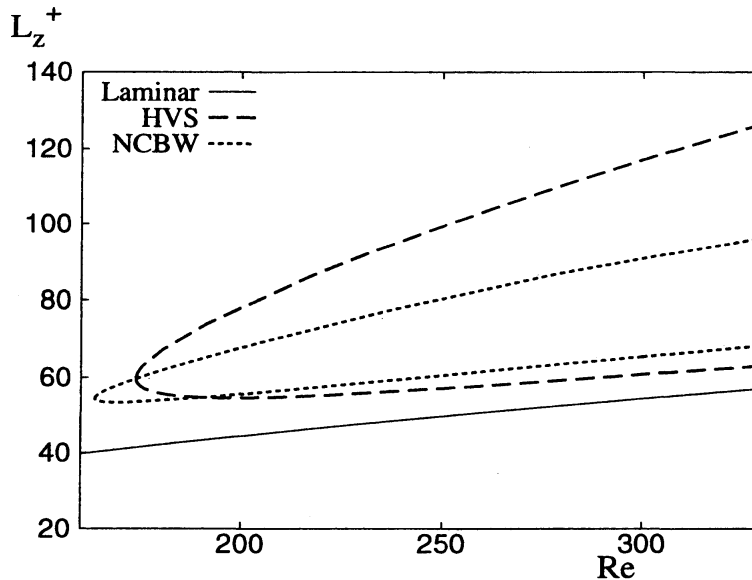


図1 HVS と NCBW の壁単位で表した横方向の周期  $L_z^+$  とレイノルズ数  $Re$  の関係

## 定式化および結果

無限に広い平行平板間 ( $-1 < z < 1$ ) を満たす非圧縮性のニュートン流体を考える。適当な無次元化により次のような支配方程式が得られる。

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{u} &= 0, \\ \partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} &= -\nabla p + \frac{6\epsilon}{Re} \mathbf{e}_x + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}.\end{aligned}$$

更に壁面で粘着条件、主流方向 ( $x$ ) およびスパン方向 ( $y$ ) に流れは周期的であることを仮定する。

$$\mathbf{u}(x+L_x, y, z) = \mathbf{u}(x, y, z), \quad \mathbf{u}(x, y+L_y, z) = \mathbf{u}(x, y, z), \quad \mathbf{u}(x, y, \pm 1) = \pm(1-\epsilon)\mathbf{e}_x.$$

以下、我々は支配方程式を満たす定常解を求めるため、解の対称性を考慮しつつ上で与えられた境界条件の下に時間微分項を落とした支配方程式を解く。場は主流方向とスパン方向にはフーリエ展開、壁に垂直な方向には、 $(1-y)^2$  もしくは  $(1-y)^4$  とチェビシェフ多項式の積からなる多項式を用いて表現されるものとする。対称性によって拘束を受けない展開関数の係数を未知数として、支配方程式から非線形二次方程式を導くことができる。これをニュートン法を用いて数値的に解くことで、

様々な $\epsilon$ に対する流れ場を得ることができる。ここで $\epsilon = 0$ の場合がPCFに対応することを付け加えておく。

図1は,PCFにおいて,今回新たに見つかった解(Hairpin Vortex State,HVS)と従来から知られている解(永田,Clever&Busse,Waleffeの頭文字をとってNCBW)の横方向の周期を壁単位で示したものである。ただし周期箱の大きさを $(L_x, L_y) = (2\pi, \pi)$ に固定して得られた解について示している。上分岐を見ると,NCBWに比べてHVSの方が圧倒的に大きな壁面速度勾配を持っている。一方,HVSと層流解の壁面速度勾配の差は,レイノルズ数の増加に伴い, $Re^{-1}$ の依存性を持つ。このことは既にNCBWのモデルで, $Re \rightarrow \infty$ において理論的に示された結果と一致する。また,系のパラメータ $\epsilon$ を1まで増加させると,NCBWはHVSから分岐していることが分かった。新たに見つかった解(HVS)を主流方向速度の等値面と対称性を示しやすいように描いた渦線で可視化したのが図2である。図から分かるように,HVSは適当な面(ここでは $y = 3L_y/4$ ,ヘアピン渦のヘッド部分が集中している箇所を通り $x-z$ 面に平行な面)に対し場は鏡像対称性をもつ。



図2 HVSの可視化図. 主流方向速度の等値面 $u = -0.3$ と渦線で描かれたヘアピン渦。

## まとめ

平面クエット流の二つの定常解を数値的に求めた。一つは永田,Clever&Busse,Waleffeらによって求められた解であり,その特徴は主流方向渦度の強い部分が $x-y$ 面上を千鳥状に配置した流れのパターンにある。もう一方の解が今回新たに求めた解で,その特徴は渦線がヘアピン形の構造を持つことと,壁面における高い剪断にある。またシステムのパラメータ $\epsilon$ を変化させると,従来知られていた縦渦解は今回求めた解から分岐していることが分かった。

今後の研究の方策として次のようなものを計画している。

1. HVSにおいて、ヘアピン渦の下側(壁近傍)には二対のストリークが存在していることがわかっている。したがってそれらに付随する渦構造に対応する渦線は二つのキンクで表される。HVSは定常解だが、渦線の移流に伴い、二つのキンクが一つのキンクに結合がおきているはずで、いわゆる”渦線の繋ぎかえ”とも関係があると思われる。またこれによって PCF において上と下の壁面の間の乱れの相互作用についても言及したい。
2. HVS の対称性は NBW よりも一つ高い。すなわち NBW は”streamwise translate and spanwise reflection symmetry” と、もう一つある点対称性を満たしている。これに対し、HVS は NBW が満たす対称性に加えて更にもう一つ独立な点対称性の合計三つの対称性を満たしている。対称性が高くなるにも関わらず流れ場の構造は複雑で、上に示したようなキンクの二重構造性が見られる。乱流において階層性は重要な特徴であり、更に独立な点対称性を新たに加えることで、キンクの三重構造を求めることができないだろうか?なおこの点については、実験観察から Adrian らのグループが提唱している渦繋ぎかえの典型例が参考になるかもしれない。
3.  $Re$  の増加に伴い HVS の上分枝の追跡は大変難しくなる。これは NBW についても言えることで、下分岐は臨界層のような構造が空間的に局在した流れ場になるため必要なモードは比較的少なくて済むのと対照的である。上分枝の更なる分岐やその安定性の計算、また  $(L_x, L_y)$  や  $Re$  の変化に対する HVS の存在域の調査も行いたい。

#### 引用文献

- 1) M. Nagata, J. Fluids Mech. 217, 519 (1989).
- 2) R. M. Clever and F. H. Busse, J. Fluids Mech. 344, 137 (1997).
- 3) F. Waleffe, Phys. Rev. Lett. 81, 4140 (1998).
- 4) F. Waleffe, Phys. Fluids 15, 1517 (2003).
- 5) G. Kawahara and S. Kida, J. Fluid Mech. 449, 291 (2001).
- 6) J. F. Gibson, J. Halcrow, and P. Cvitanovic, J. Fluids Mech. 611, 107 (2008).
- 7) R. J. Adrian, Phys. Fluids 19, 41301(1) (2007).
- 8) M. Nagata and F. Busse, J. Fluids Mech. 135, 1 (1983).
- 9) M. Nagata and T. Itano, in Proc. of Conference on Modelling Fluid Flow (2003), pp. 588–594.
- 10) F. Waleffe, Phys. Fluids 2, 76 (1990).
- 11) R. J. Adrian, C. D. Meinhart, and C. D. Tomkins, J. Fluid Mech. 422, 1 (2000).
- 12) T. Itano and S. C. Generalis, Phys. Rev. Lett. 102, 114501 (2009).